-1299 لتكن f_a الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f_a(x)=(x+a)e^{-x}$

حيث a عدد حقيقي.

وليكن $\mathcal{C}_a$ المنحنى الممثل للدالة f_a في معلم متعامد ممنظم.

A. لتكن $f=f_0$. ادرس تغيرات f وارسم منحناها $\mathcal{C}_0$

B. [1 ادرس f_a : النهايات ؛ المشتقة والتغيرات.

[2 حدد القيم a_1 و a_2 و a_3 التي تنعدم لأجلها f_a و f'_a و f''_a على التوالي

وبين أن a_1 و a_2 و a_3 تكون في هذا الترتيب حدود متتالية حسابية.

[3 لتكن النقطة $H_a(a_2 ; f_a(a_2))$

و لتكن المجموعة $\Gamma=\{H_a \mid a\in\mathbb{R}\}$

حدد Γ بمعادلة وارسمه.

[4 ادرس الوضع النسبي لـ $\mathcal{C}_a$ و $\mathcal{C}_{a+1}$

ارسم $\mathcal{C}_1$ و $\mathcal{C}_2$

C. [1 بين أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$ ولكل x من $\mathbb{R}$: $f_a^{(n)}(x)=(-1)^n(x+a-n)e^{-x}=(-1)^n f_{a-n}(x)$

[2 ليكن λ ثابتاً حقيقياً معلوماً.

نضع $u_0=f_a(\lambda)$ و $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ u_n=f_a^{(n)}(\lambda)$

بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ u_n+u_{n-1}=(-1)^{n-1}e^{-\lambda}$

[3 لكل n من $\mathbb{N}$ ، نضع : $S_n=u_0+u_1+\dots+u_n$

أ) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ S_{2n-1}=ne^{-\lambda}$

ب) استنتج S_{2n} بدلالة a و λ و n ثم بين أن $S_{2n}=f_{a-n}(\lambda)$

[4 أ) احسب المجموع $F_{2n}=u_0+u_2+\dots+u_{2n}$

ب) بين أن $F_{2n}=(n+1)S_{2n}$

-1300 لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x-e^{2x-2}$

وليكن $\mathcal{C}$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$

A. [1 احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

[2 بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^*)\ f(x)=x\left(1-2e^{-2}\left(\frac{e^{2x}}{2x}\right)\right)$ ثم حدد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

[3 ادرس تغيرات f

[4 بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى $\mathcal{C}$

ادرس الوضع النسبي لـ $\mathcal{C}$ و (D).

[5 لتكن A النقطة من $\mathcal{C}$ ذات الأفصول 1

اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $\mathcal{C}$ في A.

[6 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $[0;\frac{1}{2}]$ حلاً وحيداً نرمز له بـ α.

[7 ارسم $\mathcal{C}$ و (D) و (T).

B. نعتبر المتتالية العددية المعرفة بما يلي $u_0=0$ و $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_{n+1}=e^{2u_n-2}$

[1 لتكن $g:x\mapsto e^{2x-2}$.

تحقق أن المعادلة $f(x)=0$ تكافئ $g(x)=x$. استنتج $g(\alpha)$

[2 بين أن $(\forall x\in[0;\frac{1}{2}])\ |g'(x)|\leq 2e^{-1}$

[3 بين أن $(\forall x\in[0;\frac{1}{2}])\ g(x)\in[0;\frac{1}{2}]$

[4 بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ |u_{n+1}-\alpha|\leq 2e^{-1}|u_n-\alpha|$

[5 استنتج أن (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

-1301 لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

$$f(x)= x\sqrt{e^{\frac{1}{x}}-1}$$

وليكن $\mathscr{C}$ منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$

1] حدد مجموعة تعريف f.

2] لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}_+$ بما يلي : $g(x)= 1-x-e^{-2x}$

أ) ادرس نهايات وتغيرات g

ب) استنتج أن منحنى الدالة g يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها a بحيث : $\frac{1}{2}\ln 2 < a < 1$

ج) ادرس إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}_+$.

3] بيّن أن : $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)\quad \ln(f(x))=\frac{1}{x}(1+x\ln x)+\frac{1}{2}\ln(1-e^{-\frac{1}{x}})$ ؛ استنتج $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$

4] أ) بيّن أن : $f(a)=\frac{1}{\sqrt{a-a^2}}$

ب) عبّر عن الدالة f' بدلالة $x\mapsto g(\frac{1}{x})$

ج) أعط جدول تغيرات f

د) ادرس وضع $\mathscr{C}$ بالنسبة للمستقيم Δ الذي معادلته $y=x$

هـ) ارسم $\mathscr{C}$ و Δ

5] لتكن h قصور f على $H=\left]\frac{1}{a};+\infty\right[$

أ) بيّن أن h تقابل من H نحو مجال K يتم تحديده.

ب) ادرس قابلية اشتقاق h^{-1} على K.

ج) ارسم المنحنى Γ الممثل للدالة h^{-1} في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

6] لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$u_0=4 \quad \text{و} \quad (\forall n\in\mathbb{N})\ u_{n+1}=f(u_n)$$

أ) بيّن أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad \frac{1}{2}\ln 2 < u_n < 4$

ب) ادرس رتابة المتتالية (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة واحسب نهايتها.

-1302 A. لكل n من $\mathbb{N}^*$ نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}_+$ بما يلي : $f_n(x)=\sqrt{x}\,e^{-nx}$

1] بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)=0$

2] ادرس قابلية اشتقاق الدالة f_n على اليمين في 0.

3] ادرس تغيرات f_n وأعط جدولها.

4] ارسم المنحنى $\mathscr{C}_1$ الممثل للدالة f_1 في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$

B. لتكن g_n الدالة العددية المعرفة بما يلي $g_n(x)=2nx+\ln x$

ونعتبر في $\mathbb{R}_+^*$ المعادلة $(E):\ f_n(x)=x$.

1] بيّن أن : $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)\ \left(f_n(x)=x \Leftrightarrow g_n(x)=0\right)$.

2] أ) ادرس تغيرات g_n

ب) استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلاً وحيداً u_n.

3] احسب $g_{n+1}(u_n)$ ثم استنتج أن $u_{n+1}<u_n$ وأن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة.

4] أ) بيّنا أن : $(\forall x>0)\quad 2\sqrt{x}-\frac{1}{2}\ln x>0$.

ب) استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad 0<u_n<\frac{1}{\sqrt{n}}$.

ج) حدد نهاية (u_n).

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ